

La balance à cinq plateaux d'al-Khâzinî

Une séquence du projet *Les découvertes en pays d'Islam*

Résumé

Après avoir mesuré des masses, des volumes, et construit la grandeur « masse volumique », les élèves découvrent la balance d'Archimède, puis celle d'al-Khâzinî, qui permet d'avoir une idée plus précise de la nature des matériaux.

La balance de la sagesse

La balance à travers quelques épisodes de son histoire 170
Mikhaylovna Rozhanskaya

Est-ce bien de l'or ? 177
À la découverte de la « balance de la sagesse »
Cécile de Hosson

Texte pour enfants 189
Anne Fauche

La balance à travers quelques épisodes de son histoire

Si nous regardons autour de nous, nous remarquons tout de suite que nous ne pouvons nous passer de la balance et de la pesée. Elles sont nécessaires partout et toujours : dans l'industrie et l'agriculture, dans l'architecture et la construction, dans les magasins, grands et petits, au marché et à la maison. C'est pourquoi la balance est un des plus anciens instruments connus dans l'histoire de l'humanité. Son utilisation est d'ailleurs attestée depuis la plus haute antiquité. En effet, les fouilles archéologiques ont souvent exhumé des fragments de balances : fléaux, plateaux, poids ou contrepoids, des plus petits aux plus grands, des plus légers aux plus lourds.

De nombreuses illustrations nous sont également parvenues, comme celles découvertes en Égypte et qui datent du III^e millénaire avant notre ère : le mot « balance » y est représenté par un homme assis, une main levée au-dessus de la tête. Plusieurs fragments du Livre des morts, textes religieux égyptiens, montrent également des balances. Il s'agit, le plus souvent, de balances à deux bras égaux ayant deux plateaux aux extrémités de leur fléau et un axe au milieu du fléau. On trouve aussi beaucoup de contrepoids en forme d'animaux, de balles ou d'anneaux.

Dans la Grèce ancienne, et plus tard à l'époque de l'Empire romain, on a employé deux types de balances : à bras égaux et à bras inégaux. Des illustrations et de nombreux fragments en ont été conservés.

C'est en Grèce qu'a été fondée la science des « machine simples », attachée à l'étude du levier, de la poulie, du treuil, du coin et de la vis. C'est le levier qui était le plus utilisé. Les grands savants grecs, Archimède (mort

La Balance De la sagesse

en 212 avant J.-C.) et plus tard Héron d'Alexandrie (1^{er} siècle), ont formulé la « loi principale du levier » : pour que le levier reste en équilibre, le rapport des poids suspendus à ses extrémités doit être inversement proportionnel au rapport des longueurs de ses bras. La loi du levier est à la base de la statique, la branche la plus ancienne de la mécanique moderne. Mais le fléau de la balance n'est rien d'autre qu'un levier : c'est pourquoi la science de la balance et de la pesée est fondée sur cette loi.

De l'Antiquité jusqu'au Moyen Âge, on employait deux types de balances :

– la balance à bras égaux, qui possède un fléau ayant des plateaux suspendus à ses deux extrémités ou deux bras égaux qui s'appuient sur un support (voir la figure 1). La balance est en équilibre si le poids d'un objet placé sur l'un des deux plateaux est égal au poids total des contrepoids placés sur l'autre plateau ;

– la balance à bras inégaux, qui se présente sous deux formes : une balance munie de deux plateaux dont l'un est fixe et l'autre, qui contient les poids et les contrepoids, se déplace sur le bras opposé au premier ; une balance munie de seulement un plateau et un contrepoids qui se déplace le long du bras opposé au plateau. Dans ce dernier type de balance, le plateau peut être remplacé par un crochet pour peser des objets encombrants (voir les figures 2 et 3).

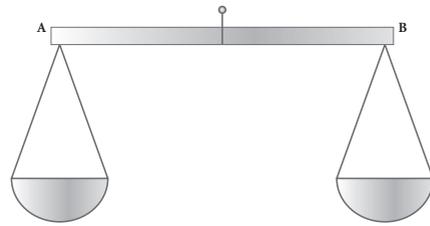


Figure 1

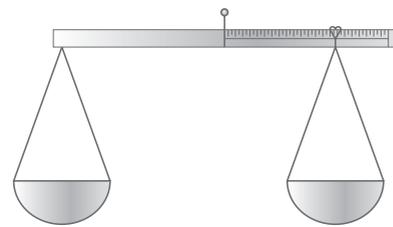


Figure 2

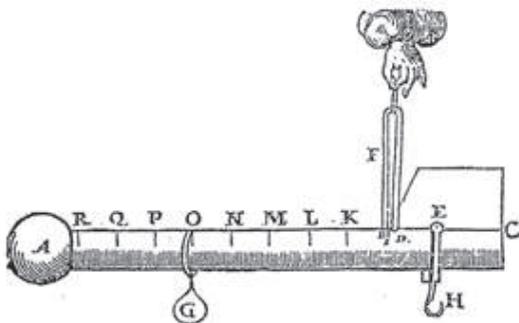


Figure 3

Ces deux types de balances ont été les modèles de base des différentes balances employées dans le monde médiéval à la fois en Orient musulman et en Europe.

De nombreux traités arabes médiévaux, conservés jusqu'à nos jours, décrivent différents types de balances, des plus simples aux plus

Les Découvertes en pays d'Islam

sophistiqués. Dès le IX^e siècle, le grand mathématicien Thâbit Ibn Qurra (mort en 901) s'intéresse aux deux types de balances à bras inégaux décrits ci-dessus : le *qarastûn*, avec ses deux plateaux ou ses crémaillères pour suspendre les poids, et le *qabbân*, avec son unique plateau et son contrepoids mobile. Cette seconde balance a inspiré les astronomes musulmans qui ont conçu une « balance-horloge » basée sur le même principe et utilisant, en même temps, le principe de la clepsydre (horloge à eau).

La plus intéressante, parmi les balances à bras égaux, et qui se présente sous différentes formes, c'est la balance hydrostatique, dite aussi « balance à eau », dont l'histoire commence dès l'époque d'Archimède, au moment où il découvre sa fameuse loi : « Un corps plongé dans l'eau déplace un volume d'eau égal au poids du corps plongé. » Une légende grecque raconte que Hiéron, le tyran de la ville de Syracuse, en Sicile, demanda au savant de vérifier si sa couronne se composait d'or pur ou d'un alliage d'or et d'argent. En appliquant sa loi (c'est-à-dire en pesant la couronne dans l'air puis dans

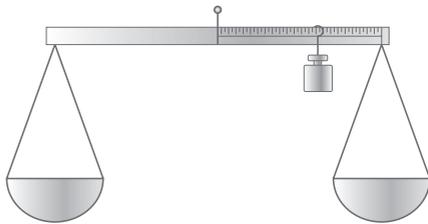
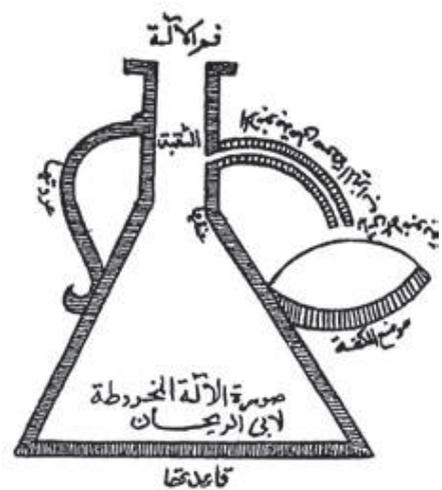


Figure 4

l'eau et en comparant ces poids avec celui d'un morceau d'or de même volume), Archimède démontra que la couronne était faite d'un alliage d'or et d'argent (voir la figure 4, la pesée dans l'eau n'y est pas représentée mais elle a bien lieu).

Dans la première moitié du X^e siècle, al-Râzî (mort en 923/4) perfectionne la balance d'Archimède. Sa « balance physique » a deux plateaux, dont un immobile, fixé à une des extrémités du fléau, l'autre pouvant se déplacer le long du fléau. Après lui, al-Bîrûnî (mort en 1048) conçoit un système ingénieux pour déterminer les poids spécifiques (dits aussi « masses volumiques », c'est-à-dire le rapport du poids de chaque corps à celui d'un même volume d'eau). Il s'agit d'un récipient combiné avec une balance (ci-contre : la petite plaque de droite qui est sous le tuyau représente le plateau de la balance).



La Balance De la sagesse

Les améliorations introduites dans la balance à eau se poursuivent jusqu'à la fin du XI^e siècle. En plus des raisons scientifiques, ces améliorations ont été motivées par le souci de lutter contre les faux monnayeurs et les orfèvres peu scrupuleux qui avaient tendance à substituer aux métaux précieux (argent, or) des alliages moins coûteux. Parmi les perfectionnements, il y a l'ajout d'un troisième plateau. Deux des trois plateaux sont suspendus l'un au-dessus de l'autre pour pouvoir peser le corps étudié dans l'air (pour avoir le poids réel) puis dans l'eau (pour avoir le poids apparent, qui révèle la différence de poids spécifique avec un autre corps). Le troisième, muni de contrepoids, peut se déplacer le long du bras de la balance.

L'un des novateurs dans ce domaine, al-Isfizârî (XI^e siècle), introduit de nouvelles améliorations en réalisant une balance à cinq plateaux, qu'il appelle « balance de la sagesse » ou « balance universelle ». Elle est composée d'un fléau cylindrique en fer ou en bronze long de 2 m environ et muni de deux bras égaux, de deux cadrans, de cinq plateaux hémisphériques, d'un poids mobile et d'une aiguille fixée à un support, au milieu de la balance, à l'aide d'un astucieux système de suspension libre formé par la réunion d'une barre transversale et d'une pièce de forme compliquée, appelée « ciseau », attachée librement à l'aide de quelques cordons. Ce système de suspension a probablement été inventé par al-Isfizârî lui-même.

Cette forme de suspension libre du fléau sur un mur ou sur une autre surface plane verticale est très importante. Elle réduit l'effet de frottement. La haute précision de la balance est également assurée par un choix adéquat des dimensions du fléau et de l'aiguille, de l'angle de fléchissement du fléau, de la finesse de l'aiguille, etc.

Toutes ces contributions et d'autres sont rassemblées par le grand savant persan al-Khâzinî (XII^e siècle), le véritable fondateur de la théorie de la balance et de la pesée, dans son *Livre de la balance de la sagesse*. Dans cet important ouvrage, on trouve l'histoire des balances à eau depuis l'Antiquité. L'auteur décrit, en particulier, la balance qu'aurait employée Archimède (voir la figure 4) et il montre que cette balance n'est efficace que pour un alliage composé d'une paire de métaux spécifiques. Pour une paire différente, il faudrait avoir une autre balance. De plus, on doit utiliser une eau spéciale, ayant une densité déterminée.

Les Découvertes en pays d'Islam

Al-Khâzinî fait remarquer aussi que, pour obtenir une balance très précise, toutes ses parties doivent avoir des dimensions bien déterminées : 4 coudées pour la longueur du fléau (environ 2 m), 4 doigts (environ 8 cm) pour l'épaisseur au milieu du fléau (qui doit être plus importante qu'aux extrémités parce que c'est là où la charge est maximale), 1 coudée (environ 50 cm) pour la longueur de l'aiguille, c'est-à-dire le quart de la longueur du fléau.

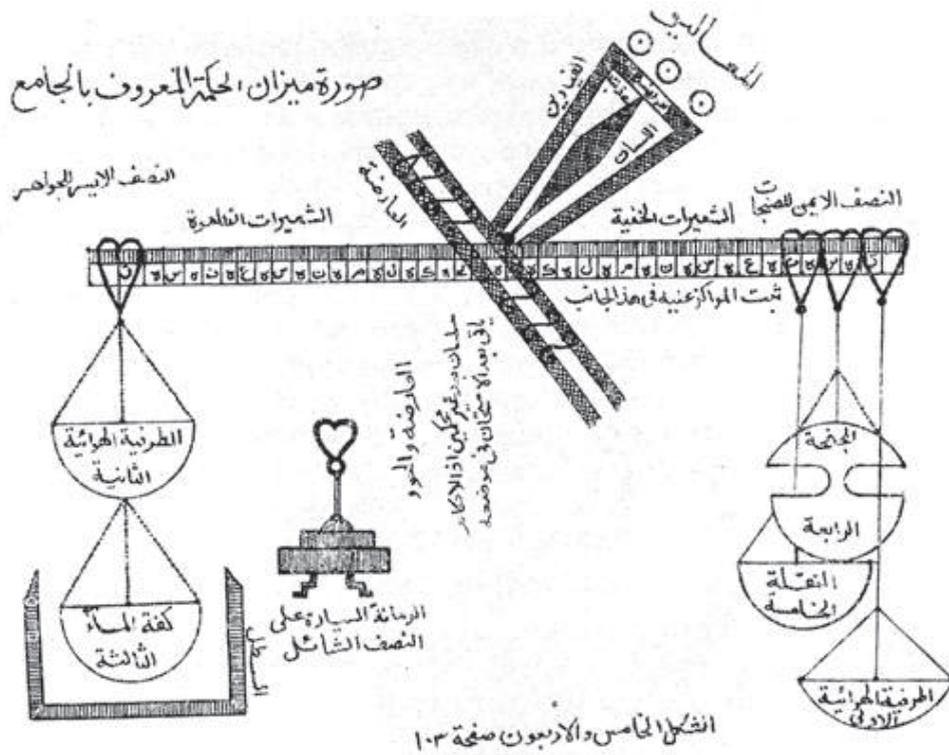


Figure 5

Ce savant contribue également à améliorer la « balance de la sagesse ». Il consacre un chapitre entier à la description de ses différentes parties, à sa méthode d'assemblage, à son mode d'emploi et aux problèmes posés par son équilibre et par sa précision. Un des modèles qu'il décrit a été réalisé en bois avec des plateaux en métal (voir les figures 5 et 6).

Cette balance a deux plateaux pour la pesée d'un corps à l'air libre et un troisième pour la pesée dans l'eau. Tous

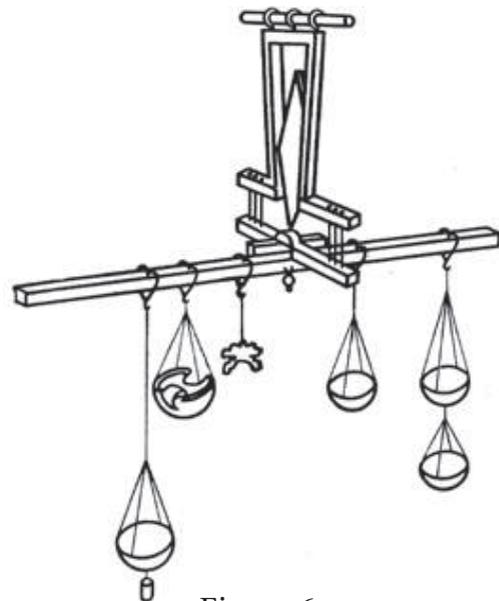


Figure 6

La Balance De la sagesse

trois sont fixes aux extrémités du fléau. Deux autres plateaux sont mobiles. Avec le contrepoids, également mobile, ils permettent à la balance d'être en position d'équilibre avant l'étalonnage et la pesée. Pour optimiser la pesée, il est nécessaire d'utiliser une série de poids croissant selon une progression géométrique de raison 2 ou 3, c'est-à-dire une série de poids croissant ainsi : 1, 2, 4, 8, 16, etc., ou bien ainsi : 1, 3, 9, 27, 81, etc.

Al-Khâzinî décrit encore dans le détail la méthode permettant de déterminer le poids d'un corps dans l'eau. Avant la pesée, on met la balance en équilibre à l'aide de deux plateaux et du contrepoids mobile sur le fléau gradué. Puis on équilibre de nouveau la balance à l'aide du troisième plateau fixe immergé dans l'eau. Après cela, on place le corps, d'un poids connu, dans le plateau du bras gauche, qui est à l'air libre et qui est fixé au-dessus du plateau immergé. Ensuite, on transfère le corps de ce plateau dans le plateau immergé et les contrepoids dans le plateau mobile de droite. On met alors la balance en équilibre en déplaçant les plateaux non fixés le long du fléau, de chaque côté, de sorte que les plateaux restent toujours à des distances égales de l'axe. L'endroit où se trouve, à la fin de l'opération, le plateau mobile muni de contrepoids constitue ce qu'on appelle le « centre » de la suspension (d'un métal ou d'un minéral), c'est-à-dire le point correspondant au poids spécifique de la substance pesée (l'animation sur le site dédié au projet aide à comprendre l'ingéniosité du dispositif).

À l'issue de cette procédure répétée avec différents matériaux, le fléau est gradué par les « centres » selon l'ordre décroissant des poids spécifiques : d'abord les métaux (or, mercure, plomb, argent, bronze, fer, étain), ensuite les minéraux (saphir, rubis, spinelle, émeraude, lapis-lazuli, cristal de roche et verre). Puis, on détermine les conditions particulières concernant la qualité des corps étudiés et celle de l'eau. Il faut utiliser de l'eau provenant d'une seule source et la température de l'air doit être constante.

La balance est ainsi étalonnée, on peut peser des paires différentes de métaux et de minéraux impurs. Quand on met la balance en équilibre deux fois, en pesant par exemple un alliage, le plateau contenant l'alliage se trouve à proximité d'un « centre » de l'échelle. Si le corps pesé est un alliage de métaux, on peut déterminer le pourcentage des métaux qui le composent. Si c'est un minéral, cela signifie qu'il n'est pas pur ou qu'il a des cavernes.

Les Découvertes en pays d'Islam

Tout cela n'est possible que pour les alliages à deux composants. Al-Khâzinî remarque bien que la balance ne peut être équilibrée que d'une seule manière. Par conséquent, le poids spécifique d'une substance donnée et la composition d'un alliage donné sont déterminés d'une seule manière. Si l'équilibre de la balance est obtenu en plusieurs points du fléau ou si l'on ne peut pas mettre la balance en équilibre, cela signifie que le spécimen analysé est un alliage à trois composants ou plus, et s'il s'agit d'un minéral, cela veut dire qu'il a des crevasses, des cavernes, etc. Du point de vue mathématique, ce problème n'a pas de solution unique parce qu'il correspond à une équation indéfinie.

Il faut enfin préciser que cet instrument était également appelé « balance universelle » parce qu'il permettait de réaliser différents types de pesées et donc de résoudre de nombreux problèmes : problèmes de change, de cours des monnaies, de composition des alliages et des mélanges, et même problèmes de mathématiques appliquées. En effet, à l'aide de pesées, et en utilisant des tables préalablement calculées, la balance permettait de résoudre des équations linéaires et des systèmes d'équations sans calcul, en lisant simplement les résultats sur la balance.

La « balance de la sagesse » était la plus complète des balances connues dans le monde musulman entre le XII^e et le XV^e siècle, et peut-être même au-delà.



Est-ce bien de l'or ?

À la découverte de la « balance de la sagesse »

Objectifs

Chaque matériau possède sa propre masse volumique (rapport de la masse au volume).

Un objet qui peut tourner autour d'un axe fixe peut rester en équilibre s'il est soumis à des forces dont les effets se compensent.

Pour faire tourner l'objet, une grande force a plus d'effet qu'une petite force appliquée à la même distance de l'axe et une même force a davantage d'effet si elle est appliquée à une plus grande distance de l'axe.

Référence au programme

Cycle 3 : « Le monde construit par l'homme : leviers et balances, réalisation de l'équilibre ».

Collège : « Mesurer des masses, mesurer des volumes ».

Matériel utilisé

Balances de cuisine, balances de Roberval, pesons ou règles graduées et élastiques, récipients gradués (éprouvettes ou béchers), eau, boules de masses variées, pâte à modeler.

Comment distinguer l'or d'un métal jaune identique ? Cette question fut soulevée dès le III^e siècle avant J.-C. à Syracuse. En fait, il est possible de différencier deux matériaux présentant le même aspect en comparant leur « masse volumique », c'est-à-dire leur masse pour un volume donné. La balance à cinq plateaux, dite « balance de la sagesse », créée au XI^e

Les Découvertes en pays d'Islam

siècle par le savant persan al-Isfizârî, est un appareil de mesure d'une très grande ingéniosité qui permet, par comparaison de masses volumiques, de déterminer la nature du matériau constituant la plupart des objets. Si son mode d'utilisation apparaît relativement simple (l'animation présentée sur le site du projet en donne une illustration très complète), l'explication scientifique de son fonctionnement demeure complexe. Malgré tout, les notions physiques mises en jeu (poids apparent, masse, volume) se retrouvent autour du principe d'équilibre, principe qu'il est possible d'aborder dès l'école primaire. Le module que nous présentons a pour objectif de faire construire aux élèves la grandeur « masse volumique » en leur faisant parcourir les étapes historiques ayant conduit à l'élaboration de la « balance de la sagesse ».

Pour le maître

La masse volumique d'un objet (mesurée en grammes ou en kilogrammes par unité de volume) est une grandeur caractéristique d'un objet qui ne dépend que de la nature du (ou des) matériau(x) qui le constitue(nt). Il est possible de calculer la masse volumique de chaque objet en divisant sa masse M (en grammes ou en kilogrammes) par son volume V (en litres ou en mètres cubes). Le résultat de ce quotient ($\mu = M/V$ en g/l ou en kg/l par exemple) est un invariant, c'est-à-dire que pour un même matériau et quels que soient la masse ou le volume considérés, le quotient M/V est une constante. Les étapes qui suivent visent à approcher cette invariance et à faire construire aux élèves la grandeur « masse volumique » de manière progressive.

Activité 1 : Construire la grandeur « masse volumique »

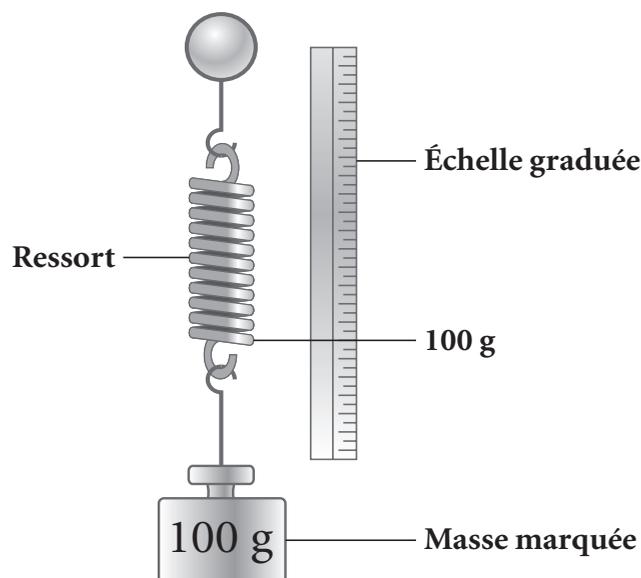
Au III^e siècle avant J.-C., Hiéron II, roi de Syracuse, commanda une couronne en or pour l'offrir aux dieux. Il donna à l'orfèvre la masse d'or nécessaire à la fabrication. La couronne réalisée fut pesée, sa masse était identique à celle de l'or donné. Pourtant, le roi avait un doute : la couronne ne semblait pas faite d'or pur. Archimède fut chargé de s'en assurer mais sans détruire l'ouvrage.

Grâce à une méthode ingénieuse, il montra que la couronne n'était pas faite d'or pur, mais d'un mélange d'or et d'argent. Quelle est cette méthode ? Comment Archimède s'y est-il pris pour dévoiler le subterfuge de l'orfèvre malhonnête ? C'est ce que ce module va nous permettre de découvrir.

Étape 1 : Mesurer des masses

Au cours de cette activité, les élèves vont découvrir que des objets de nature différente et de masse identique n'occupent pas la même place (c'est-à-dire n'ont pas le même volume). Chaque groupe d'élèves dispose d'une boule de verre (ou de métal) et d'un gros morceau de pâte à modeler. Il leur est proposé de réaliser une boule de pâte à modeler ayant la même masse que la boule en verre. Après quelques minutes de tâtonnements se pose la question de la nécessité d'un instrument de mesure permettant d'objectiver la grandeur « masse » (mesurée en grammes ou en kilogrammes, par exemple).

L'idée de la balance arrive donc de manière assez naturelle. Une étude documentaire permet aux élèves de découvrir différents types de balances (balance à fléau, balance romaine, peson, balance électronique, etc.) et d'explorer leur mode de fonctionnement. Chaque groupe d'élèves étudie une balance particulière et réalise une fiche (sous forme d'affiche) la présentant. Les élèves utilisent ensuite les balances (balances de Roberval, pesons) mises à leur disposition par le maître afin de réaliser la boule de pâte à modeler demandée.



Masse de 100 g suspendue à un peson

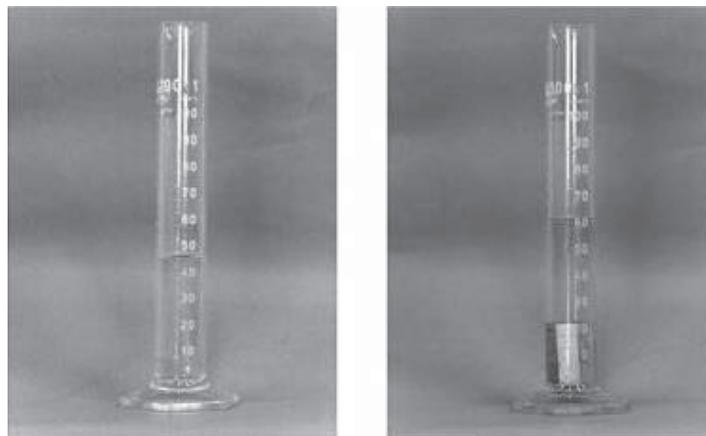
Les Découvertes en pays d'Islam

Il existe un moyen assez simple pour mesurer la masse d'un objet. Il suffit de le suspendre à un ressort (à celui d'un peson) ou à un élastique. En effet, le ressort du peson se tend sous l'effet du poids de l'objet suspendu (voir la figure page précédente). Plus l'objet est lourd, plus le ressort se tend et inversement. Il suffit de l'étalonner avec des masses marquées (100 g, 200 g) et d'établir une correspondance entre la tension du ressort et la valeur des masses suspendues. On trouve ainsi la masse d'un objet quelconque par la lecture de l'échelle graduée. Après cette petite démonstration, on peut proposer aux élèves de construire leur propre peson avec du matériel simple. Une règle graduée et un élastique font très bien l'affaire !

L'utilisation du peson et de la balance de Roberval permet aux élèves de réaliser une boule de pâte à modeler dont la masse est identique à celle de la boule de verre. Ils constatent alors que ces deux boules se distinguent par la place qu'elles occupent, c'est-à-dire par leur volume, qu'il est possible de mesurer (en litres, en millilitres ou en mètres cubes, par exemple).

Étape 2 : Mesurer des volumes

Les élèves sont ensuite invités à imaginer une expérience leur permettant d'évaluer la place occupée par les deux boules : celle de verre et celle de pâte à modeler. Cette étape nécessite qu'ils établissent un lien entre le volume déplacé par un objet immergé et le volume de l'objet lui-même. L'évocation de certaines situations de la vie courante (notamment ce qui se produit lorsqu'on prend un bain) peut favoriser l'établissement de ce lien.



On peut mesurer le volume d'un solide de forme quelconque en utilisant une éprouvette graduée : l'augmentation du volume d'eau dans l'éprouvette correspond exactement au volume de l'objet.

La Balance de la sagesse

Lorsqu'on plonge un objet dans l'eau, le niveau d'eau augmente d'une quantité égale au volume de l'objet immergé. Ainsi, il est tout à fait possible d'évaluer le volume d'un objet par immersion. Celui-ci est égal à la différence entre le volume d'eau après et avant immersion. Dans l'exemple de la figure page 184, le volume de l'objet $V_{\text{objet}} = V_{\text{eau après}} - V_{\text{eau avant}} = 15 \text{ ml}$. Cette expérience permet aux élèves de mesurer le volume de chacune des deux boules.

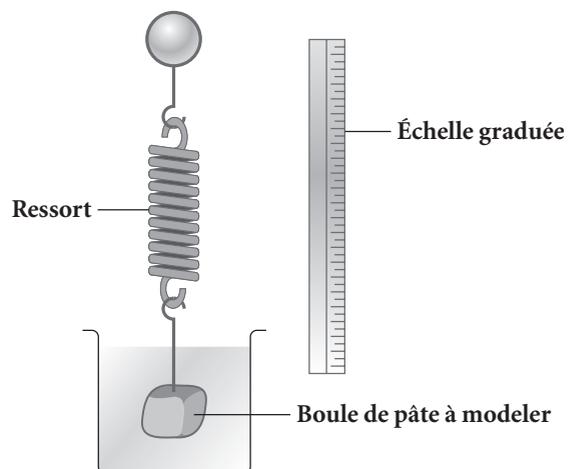
L'étape suivante consiste en la réalisation d'une boule de pâte à modeler de même volume que la boule de verre dont ils disposent. Dans une telle configuration, les deux boules se distinguent par leur masse : une nouvelle utilisation de la balance permet de vérifier que pour un même volume, les masses des deux boules sont différentes.

Le maître explique alors aux élèves qu'il existe une grandeur qui permet de savoir comment varie la masse d'un objet lorsqu'on modifie son volume, et inversement, sans avoir à chaque fois à mesurer les deux grandeurs. Cette nouvelle grandeur, appelée « masse volumique », est propre à chaque matériau ; elle permet de les distinguer les uns des autres. Il propose aux élèves de déterminer la valeur de cette grandeur pour la pâte à modeler.

Étape 3 : À la recherche d'un invariant : la masse volumique

Les élèves ont pour mission d'élaborer un protocole expérimental leur permettant de caractériser l'évolution du volume pour une masse de pâte à modeler donnée en utilisant le peson. Un premier morceau de pâte à modeler est suspendu au ressort du peson. Les élèves relèvent la masse lue sur l'échelle graduée et la reportent dans un tableau à double entrée. Puis le morceau de pâte à modeler (toujours suspendu au peson) est immergé dans un récipient gradué (voir la figure ci-dessous). La différence de volume avant et après immersion est elle aussi reportée dans le tableau (voir ci-après).

L'utilisation d'un récipient gradué permet de calculer le volume de l'objet immergé. Lorsque la boule de pâte à modeler est immergée, le ressort s'allonge moins : l'objet semble plus léger.



Les Découvertes en pays d'Islam

Masse (en g)	25	50	100	125	175	200
Volume (en ml)	12,5	25	50	62,5	87,5	100
Quotient M/V (en g/ml)	2	2	2	2	2	2

L'expérience est répétée pour des morceaux de pâte à modeler de masses différentes. Les élèves constatent rapidement qu'il existe un coefficient multiplicateur constant entre les valeurs du volume et celles de la masse (ici, le coefficient est égal à 2). On peut donc écrire que, pour la pâte à modeler, $M = 2 \times V$ ou que le rapport $M/V = 2 = \text{constante}$. Cette constante est appelée « masse volumique ». Elle se mesure en g/ml ou en kg/l et est propre à chaque matériau. Cette grandeur est associée à celle de densité : un objet est plus dense qu'un autre (sa masse volumique est plus grande) si, pour une même masse, il occupe un volume plus petit. Il est possible de comparer des densités d'objets de masse identique en les plongeant dans l'eau.

Étape 4 : la notion de « poids apparent »

L'opération précédente nécessite plusieurs étapes successives : la mesure de la masse de l'objet, celle de son volume, puis le calcul du rapport de la première à la seconde. La balance d'al-Khâzinî (et celle créée par Archimède quelques siècles auparavant) réduit cette succession de mesures et de calculs à une unique action, celle de la mesure, non de la masse volumique elle-même, mais d'une grandeur qui lui est directement associée : le « poids apparent » des objets.

Pour le maître : Lors de l'activité précédente, certains élèves ont remarqué que lorsqu'on plonge la boule de pâte à modeler dans l'eau alors qu'elle se trouve suspendue au ressort du peson, ce dernier se comprime : l'objet apparaît moins lourd (voir la figure page précédente). Le peson (ou toute autre balance) donne alors la mesure, non de son poids, mais de son poids apparent. La force de gravitation étant dirigée vers le bas, si l'objet est moins lourd, c'est que l'eau exerce une force de sens opposé, c'est-à-dire du bas vers le haut (on appelle cette force la « poussée d'Archimède »). Par conséquent, dans l'eau, un objet possède un poids inférieur à son poids dans l'air. Le poids d'un objet immergé est appelé « poids apparent ». Celui-ci dépend bien entendu de la nature du fluide d'immersion et également de celle de l'objet lui-même. Plus le volume d'un objet est grand et plus son

poids apparent est faible. Ainsi, lorsque deux objets ont la même masse, c'est celui dont le volume est le plus important qui possède le poids apparent le plus faible, et donc la masse volumique la plus faible. La comparaison du poids apparent d'objets de masse identique permet de comparer leur masse volumique. C'est ainsi que l'on peut savoir s'ils sont (ou non) de même nature.

Les élèves sont invités à comparer les poids apparents de deux objets de masse identique. Ils choisissent un objet de masse quelconque et réalisent une boule de pâte à modeler de même masse. Ils suspendent successivement les deux objets au ressort du peson. Dans l'air, la longueur du ressort est identique pour les deux objets. Mais dans l'eau, les choses changent : le poids apparent de la boule de pâte à modeler est différent de celui de l'objet de masse quelconque alors même que leur masse est identique ! Les élèves formulent des hypothèses sur ce qui a changé : la matière, et donc la masse volumique des deux objets. De fait, ils constatent que le volume d'eau déplacé par les deux objets est différent. L'objet qui a le poids apparent le plus élevé est celui qui déplace le moins d'eau lorsqu'il est immergé. Autrement dit, il possède le plus petit volume, donc la masse volumique la plus importante (rappelons en effet que la masse volumique μ est égale au rapport de la masse M par le volume V : à masse égale, plus le volume est faible et plus la masse volumique est grande). Il est donc possible de déterminer la nature d'objets de même masse en comparant leurs poids apparents respectifs.

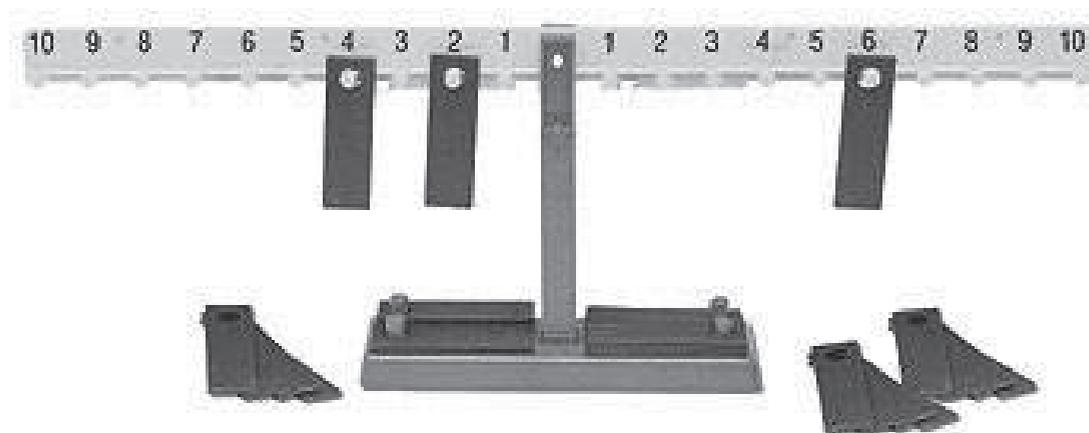
Activité 2 : Découvrir la balance d'Archimède

Pour comparer le poids apparent des objets et débusquer la malhonnêteté de l'orfèvre, Archimède utilisa une balance à bras égaux dite « balance hydrostatique ». Pour aborder le fonctionnement de celle-ci avec des élèves, il nous paraît nécessaire de revenir sur les conditions d'équilibre d'une balance.

Étape 1 : Équilibrer une balance

Pour cela, nous utilisons des balances dites « balances mathématiques » à fléau gradué. Chaque graduation est munie d'un crochet prêt à accueillir des plaques de masse identique.

Les Découvertes en pays d'Islam



La balance mathématique est équilibrée lorsque le fléau gradué est horizontal. Ici, deux plaques placées respectivement aux graduations 2 et 4 équilibrent une plaque placée à la graduation 6 (Celda®).

Cette activité consiste en une série de défis à relever. À chaque fois, les élèves doivent imaginer la façon dont ils disposeraient un nombre imposé de plaques (de même masse) pour obtenir l'équilibre. Les défis sont les suivants :

- équilibrer une plaque placée sur la graduation 3 avec une autre plaque ;
- équilibrer deux plaques placées sur la graduation 2 avec une autre plaque ;
- équilibrer une plaque placée sur la graduation 6 avec deux autres plaques sans que ces dernières soient placées sur la même graduation (voir la photo ci-dessus) ;
- placer une plaque sur la graduation 4 et deux plaques sur la même graduation de l'autre côté. Rétablir l'équilibre en utilisant le nombre de plaques souhaité.

À l'issue de cette activité, les élèves comprennent que l'équilibre d'une balance dépend des masses à répartir, mais également de leur localisation de part et d'autre de l'axe de rotation. Une masse est d'autant plus efficace pour faire tourner le fléau qu'elle est accrochée loin de son axe de rotation. Ou encore, pour équilibrer une masse avec une autre deux fois plus grande, il faut placer cette dernière deux fois plus près de l'axe de rotation, etc.

Étape 2 : La balance d'Archimède

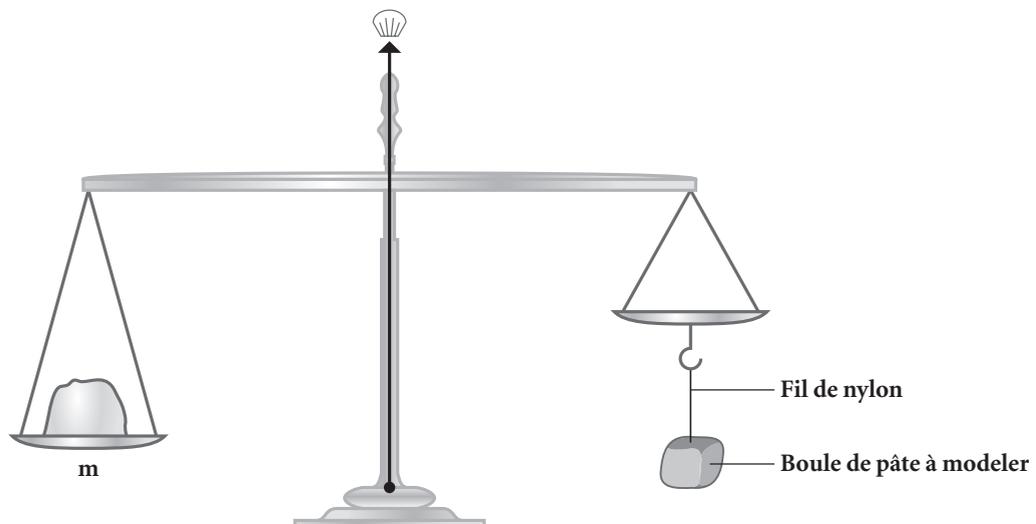
Il existe une façon relativement simple de construire une balance à bras égaux. Pour cela, on utilise une tige de bois rigide que l'on suspend en son milieu par un fil. Le fil est ensuite attaché à une poignée de porte, de

La Balance De la sagesse

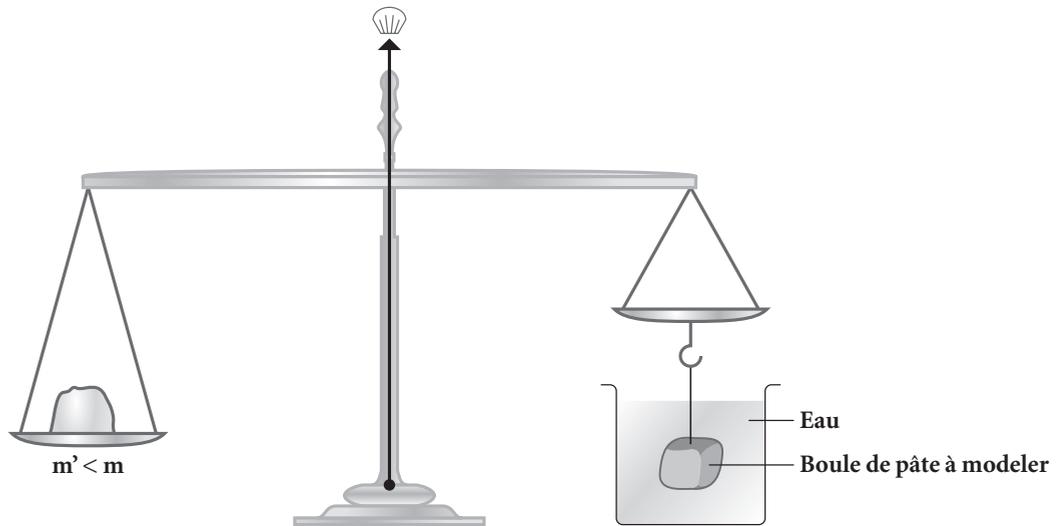
fenêtre... D'un côté de ce fil on suspend un petit sachet contenant du sable et de l'autre l'objet dont on souhaite évaluer le poids apparent. Les élèves cherchent par tâtonnements à établir l'équilibre de leur balance.

Une fois cet équilibre obtenu (voir la figure ci-dessous), le maître demande aux élèves de prévoir ce qu'il se passera lorsqu'on plongera l'objet dans l'eau tout en le laissant suspendu au fléau de la balance, et de vérifier leur prévision grâce à l'expérience. Conformément à leur attente, la balance est déséquilibrée et penche du côté du sable. Il faut trouver un moyen de la rééquilibrer. Plusieurs solutions peuvent être envisagées : soit l'on retire du sable du sachet (voir la figure page suivante), soit l'on déplace le sachet de sable vers le milieu du fléau. Les solutions sont testées successivement.

L'opération est ensuite renouvelée avec la boule de pâte à modeler de même masse que l'objet. Lorsque la boule n'est pas immergée, l'équilibre de la balance est obtenu pour une même quantité de sable accrochée à la même place que dans le cas de l'objet avant immersion. Mais les choses changent lorsqu'on immerge la boule. L'équilibre est certes rompu mais pour le rétablir, les solutions précédentes ne conduisent pas aux mêmes résultats. Si le poids apparent de la boule de pâte à modeler est plus important que celui de l'objet, alors la quantité de sable à retirer dans ce cas est moins importante, ou, ce qui revient au même, le sachet doit être déplacé d'une distance moindre que dans le cas précédent.



Lorsque le fléau d'une balance à plateaux est horizontal, le poids de la boule est équilibré par une certaine quantité de sable.



Lorsqu'on plonge la boule dans l'eau, elle « s'allège ».
La balance est équilibrée par une quantité de sable inférieure.

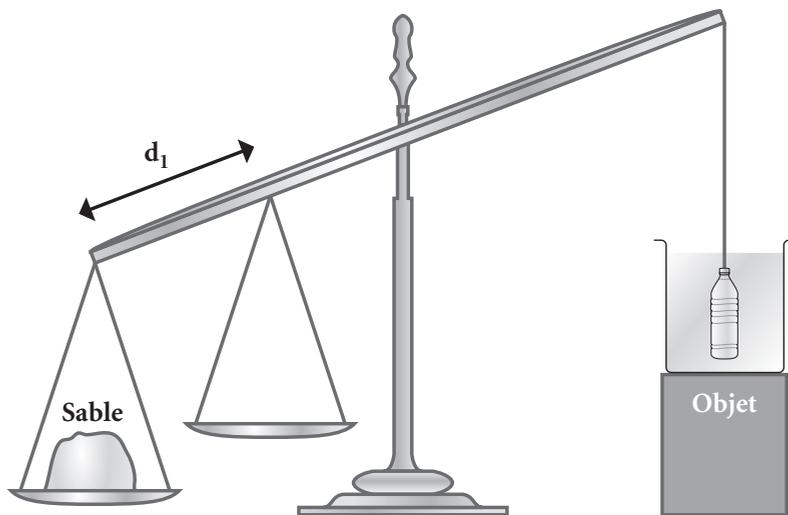
Par comparaison de la quantité de sable à retirer dans les deux cas, ou de la distance de déplacement du sachet de sable depuis son point d'attache d'origine, nous obtenons un moyen fiable pour discriminer la nature de deux objets de masse identique sans passer par les mesures successives de masse puis de volume. C'est ce moyen qu'utilisa Archimède pour débusquer la ruse malveillante de l'orfèvre...

Archimède réalisa l'expérience suivante : il disposa la couronne du roi Hiéron sur le plateau d'une balance et des petites masses sur l'autre plateau de façon à obtenir l'équilibre. Puis, il plongea la couronne dans l'eau et constata qu'il était nécessaire d'enlever quelques petites masses pour obtenir à nouveau l'équilibre de la balance. Archimède renouvela l'expérience avec un autre objet possédant exactement la même masse que la couronne, mais constitué uniquement d'or. Il constata que lorsque celui-ci était plongé dans l'eau, son poids ne diminuait pas de la même façon que dans le cas précédent et que le volume d'eau déplacé était lui aussi différent. Il en déduisit que la couronne ne pouvait être constituée uniquement d'or ! L'orfèvre avait donc dérobé une partie de l'or qui lui avait été confié et l'avait remplacé par une masse identique d'un métal moins précieux.

Activité 3 : Sur les pas d'al-Khâzinî

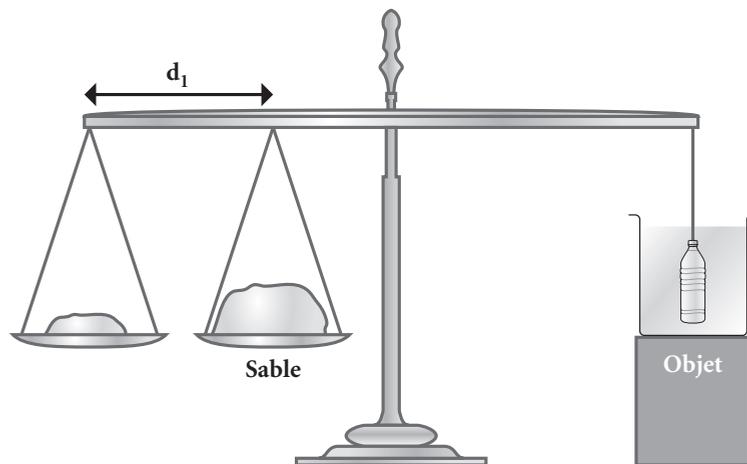
La balance d'al-Khâzinî permet d'avoir une idée plus précise de la nature d'un matériau. Elle met en jeu une succession d'équilibres et comporte plusieurs plateaux. L'objectif de cette activité est de permettre aux élèves d'approcher la balance de la sagesse mais son fonctionnement ne sera pas abordé. Nous nous limiterons à l'étude de la balance à quatre plateaux qui permet de classer des objets constitués d'un unique matériau.

Les élèves disposent à nouveau d'un objet, d'une boule de pâte à modeler de même masse que l'objet et de leur balance de fortune, munie d'un sachet supplémentaire (destiné à accueillir du sable) placé du même côté que l'autre sachet. L'activité débute de la même façon que la précédente. L'objet est accroché d'un côté de la balance. L'équilibre est obtenu en plaçant une certaine quantité de sable de l'autre côté. L'objet est ensuite plongé dans l'eau, le fléau penche du côté du sable (ci-dessous). Pour rééquilibrer la balance, les élèves déplacent une partie du sable du sachet le plus éloigné du centre du fléau vers l'autre sachet. L'équilibre est à nouveau obtenu pour une certaine quantité de sable placée dans l'autre sachet, situé du même côté de l'objet à une certaine distance d_1 de lui (page suivante).



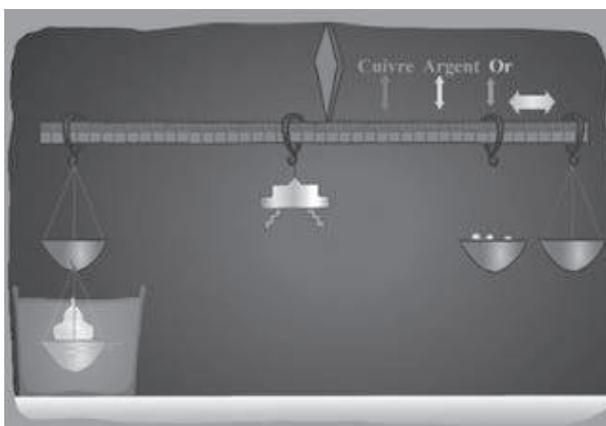
Lorsque l'objet est plongé dans l'eau, son poids diminue, la balance est déséquilibrée.

Les Découvertes en pays d'Islam



Pour rééquilibrer la balance, il faut déplacer une certaine quantité de sable du sachet le plus à gauche vers le sachet le plus à droite.

Que va-t-il se passer si l'on remplace l'objet par la boule de pâte à modeler tout en conservant les mêmes quantités de sable disposées aux mêmes endroits ? Instruits par l'activité précédente, les élèves prévoient que l'équilibre va être rompu car le poids apparent de la boule de pâte à modeler est différent de celui de l'objet. L'expérience vient confirmer cette prévision. La pâte à modeler et l'objet n'ont donc pas la même masse volumique, et la distance qui sépare les deux sachets de sable est spécifique pour chaque matériau. C'est ce que l'animation viendra confirmer : plus la distance entre les deux sachets de sable est petite et plus le poids apparent de l'objet est grand (donc plus sa masse volumique est importante).



Extrait de l'animation : il existe une correspondance entre la distance entre les deux plateaux de droite et le matériau dont est fait l'objet immergé (à gauche). Celle-ci dépend du poids apparent de l'objet immergé, c'est-à-dire de sa masse volumique.

En ajoutant un plateau supplémentaire, al-Khâzinî était même capable de déterminer la constitution des alliages, mais l'explication de cette technique révolutionnaire est à la mesure du génie d'al-Khâzinî et reste d'une grande complexité. Elle ne sera donc pas abordée ici.

Le jeu favori de Nabil et de sa sœur Fadila était de résoudre les énigmes qui surgissaient dès qu'ils se mettaient à observer ce qui se passait autour d'eux, ou en eux. Ils étaient d'autant plus passionnés qu'avec le temps, un peu de magie s'en mêlait, comme le jour où ils fabriquèrent une sorte de canne à pêche leur permettant de plonger des cailloux dans l'eau.

Ce jour-là, Nabil et Fadila étaient installés près d'une petite mare dans les roseaux, non loin de leur cachette au bord du fleuve. Ils avaient ficelé ensemble plusieurs longues tiges de roseau pour obtenir un ensemble bien rigide, avant de fixer une ficelle à l'une des extrémités. Puis ils avaient eu l'idée, pour que la ficelle reste bien tendue, d'y accrocher un caillou, et ils s'amusaient à le plonger dans l'eau et à le ressortir comme s'ils avaient attrapé un poisson. Nabil amplifia peu à peu ses mouvements et finit par éclabousser sa sœur.

— Nabil arrête, c'est mon tour ! Tu fais n'importe quoi avec la canne, je suis sûre que tu n'as même pas remarqué que les cailloux sont moins lourds quand ils sont plongés dans l'eau. Pour observer ça, il faut y aller tout doucement, comme je l'ai fait tout à l'heure !

— De toute façon, je le sais déjà. Comment crois-tu que nous pourrions nager dans l'eau, sinon ? Ce serait impossible de faire la même chose dans l'air !

Vexée par l'air supérieur de son frère, Fadila ne répondit pas. Elle se contenta de lui lancer un défi :

Les Découvertes en pays d'Islam

— Puisque tu es si fort, tu vas me montrer comment tu peux, sans te servir de tes mains, faire plonger le caillou dans l'eau au bout de la ficelle.

Très à l'aise, Nabil saisit la canne et la fit tenir à l'horizontale sur son épaule. Derrière lui, la longue partie de la canne équilibrait tout juste l'autre, plus petite, au bout de laquelle pendait la ficelle et le caillou.

— Pas mal ! Mais attention, maintenant, je change de caillou, j'en mets un plus gros. À ton avis, est-ce que tu devras déplacer la canne sur ton épaule vers l'arrière ou vers l'avant ?

Nabil commença à faire glisser la canne puis perdit l'équilibre, s'empêtra dans les roseaux jonchant le sol et tomba dans l'eau. Furieux, il s'en prit à sa sœur :

— Mais enfin, pourquoi est-ce que tu me donnes des ordres ? Tu n'as qu'à les faire toi-même, tes petites expériences !

Cachant son plaisir d'avoir pu à son tour agacer son frère, Fadila le regarda ingénument :

— C'est parce que tu es plus grand que moi, alors c'est plus facile pour toi de faire la balance !

— Eh bien, justement, je ne suis pas une balance géante ! D'ailleurs, je vais essayer de m'en fabriquer une vraie, comme celle des marchands ! Les cailloux que tu choisiras passeront par elle, sans que je sois obligé de faire cette gymnastique ridicule. Et puis il y aura des plateaux au bout des ficelles pour poser les cailloux, ce sera plus pratique que de les attacher !

Fadila trouvait l'idée de son frère tellement bonne qu'elle n'avait plus du tout envie de le taquiner :

— Bravo Nabil ! Et ta balance, est-ce qu'elle aura deux ficelles, euh... pardon, deux plateaux ?

— Peut-être, mais dans le quartier commerçant, j'ai vu qu'il existait des balances à plusieurs plateaux, je me demande à quoi elles peuvent bien servir...

— Alors réfléchissons et essayons-en plusieurs !

Occupés à imaginer comment ils allaient bien pouvoir réaliser leur projet, Nabil et Fadila n'avaient pas vu surgir derrière eux un homme dont le vêtement et le turban, brodés de fils d'or, resplendissaient dans la lumière. Il portait un sac de cuir gonflé d'objets mystérieux et tenait d'une main un

La Balance De la sagesse

réceptacle rempli d'eau. Sur un doigt de son autre main, une balance était suspendue. Le cliquetis de ses nombreux plateaux finit par faire se retourner Nabil et Fadila qui, stupéfaits, s'exclamèrent en chœur :

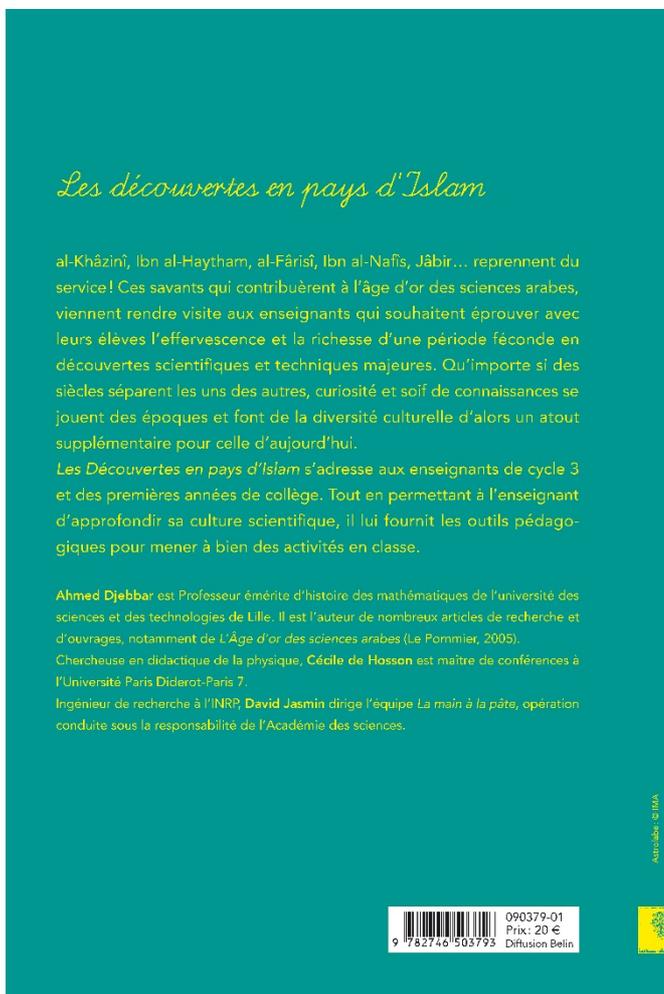
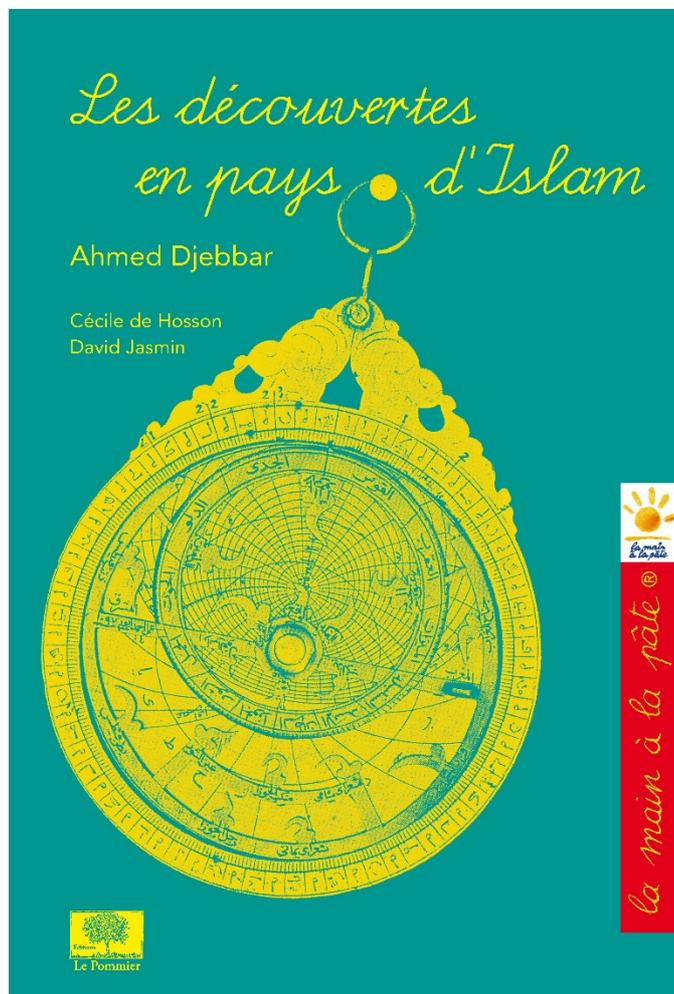
— Oh ! la belle balance !

— D'après ce que j'ai entendu de votre conversation, je pense qu'elle pourrait beaucoup vous apprendre. Je m'appelle al-Khazini, et j'ai travaillé avec beaucoup de plaisir pour perfectionner ce type de balance, à la suite de bien d'autres qui m'avaient précédé. Je serai heureux de vous en faire cadeau si vous êtes prêts à apprendre comment elle fonctionne.

Un grand sourire illuminant leurs visages, Nabil et Fadila acquiescèrent silencieusement de la tête. Les yeux brillant de curiosité, ils s'approchèrent de l'homme aux vêtements cousus de fils d'or. Celui-ci posa près de lui son bol rempli d'eau et les divers objets qu'il transportait dans son sac, et commença à manipuler habilement les plateaux de la balance tout en expliquant chacun de ses gestes...

Ce qui se passa ensuite ne nous est pas parvenu, c'était il y a si longtemps, la mémoire s'est perdue ! Il n'en reste pas moins que c'est bien al-Khazini qui a perfectionné la balance à cinq plateaux, nommée aussi « balance de la sagesse ». Et d'une manière ou d'une autre, comme il a autrefois accompagné Nabil et Fadila, il accompagne aujourd'hui tous ceux et toutes celles qui se posent les mêmes questions. D'une manière ou d'une autre...

Cette ressource est issue du projet thématique *Les découvertes en pays d'Islam*, paru aux Éditions Le Pommier.



Retrouvez l'intégralité de ce projet sur : <https://www.fondation-lamap.org/projets-thematiques>.

Fondation *La main à la pâte*

43 rue de Rennes
75006 Paris
01 85 08 71 79
contact@fondation-lamap.org

Site : www.fondation-lamap.org

 FONDATION
La main à la pâte
POUR L'ÉDUCATION À LA SCIENCE